

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 796.011.2

### ОСОБЛИВОСТІ ОЦІНКИ СПОРТИВНИХ ВИМІРІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ПЕРСОНАЛЬНОГО КОМП'ЮТЕРА

**Заячук І.М.<sup>1</sup>, Благітко Б.Я.<sup>2</sup>, Власов А.П.<sup>3</sup>, Кукуюк Ю.М.<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Центр математичного моделювання інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України

<sup>2</sup> Львівський національний університет ім. Івана Франка

<sup>3</sup> Львівський державний університет фізичної культури

**Анотації.** Встановлено основні джерела похибок, що виникають в процесі обробки гармонійного синусоїдального сигналу. Аналізуються похибки, які вносяться програмами числового розрахунку параметра, що характеризує ступінь спотворення сигналу (коефіцієнт гармонік). Дослідження похибок проводиться для звичайної та подвійної точності розрахунку. Шляхом числового експерименту оцінено похибки заокруглення, пов'язані із знаходженням тригонометричних функцій стандартними програмами, похибки розрахунку коефіцієнта гармонік гармонійного сигналу, на який накладено постійний складник, похибки розрахунку коефіцієнта гармонік від кількості дискретних відліків на періоді сигналу, похибки квантування по рівню, величина яких залежить від розрядності аналогово-цифрового перетворювача (АЦП). Шляхом моделювання визначено величину порогу чутливості по коефіцієнту гармонік.

**Ключові слова:** гармонійний сигнал, коефіцієнт гармонік, похибка заокруглення, дискретне перетворення Фур'є, аналогово-цифровий перетворювач.

**Вступ.** В процесі оцінки похибок вимірювання спортивних результатів, які аналізуються шляхом обробки сигналу від давачів, необхідно враховувати спотворення цього сигналу. У випадку гармонійного синусоїдального сигналу критерієм оцінки спотворення (відмінність від ідеального) сигналу є коефіцієнт гармонік. Аналіз результатів, як правило, здійснюється за допомогою існуючого або спеціально розробленого програмного забезпечення на основі математичних моделей. За допомогою вимірювальних комплексів, до складу яких входить програмно-апаратне забезпечення, задаються параметри вибраної моделі. В більшості випадків результати вимірювань представлені у вигляді періодичних сигналів, які поступають з давачів апаратної частини вимірювального комплексу. За допомогою програмного забезпечення здійснюється обробка таких сигналів. На цьому етапі важливо оцінити ступінь спотворення сигналу, тобто відхилення його від ідеальної форми.

Дослідження проводилися для гармонійного періодичного сигналу. Характеристикою спотворення періодичного гармонійного сигналу є коефіцієнт гармонік, який визначається за формулою [3]

$$k_A = \sqrt{\sum_{i=2}^n y_i^2} / y_1, \quad (1)$$

Тут  $y_i$  — спектральні складники гармонійного сигналу.

Під час обчислення коефіцієнта гармонік необхідно враховувати обставини, які впливають на достовірність результатів розрахунку. Складність ситуації можна оцінити, якщо врахувати, що величина коефіцієнта гармонік досягає порядку десятих або сотих долей відсотка. Важливою характеристикою програм для розрахунку коефіцієнта гармонік є поріг чутливості, який визначається, в основному, похибками заокруглення. Для оцінки порогу чутливості необхідно визначити спектр і коефіцієнт гармонік для «чисто» синусоїдального сигналу. Наперед відомо, що всі вищі гармоніки та коефіцієнт гармонік в такому випадку дорівнюють нулю.

Також доцільно провести дослідження гармонійного сигналу, на який накладено постійний складник. Очевидно, що і в цьому випадку коефіцієнт гармонік також повинен дорівнювати нулеві. Але внаслідок похибок заокруглення коефіцієнт гармонік має значення, яке відмінне від нуля. Ця величина і визначає поріг чутливості. Подібні проблеми частково досліджувалися авторами робіт [1, 2].

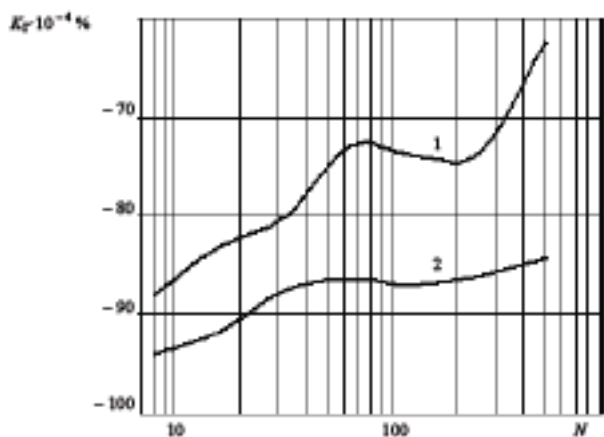


Рис. 1. Залежність порогу чутливості по коефіцієнту гармонік від кількості дискретних відліків на періоді (1 — звичайна; 2 — подвійна точність розрахунку)

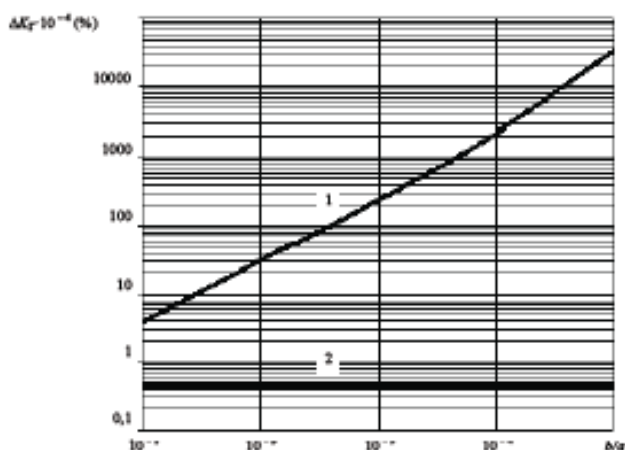


Рис. 2. Залежність порогу чутливості по коефіцієнту гармонік від відношення амплітуди до постійного складника (1 — звичайна; 2 — подвійна точність розрахунку)

Оцінка похибки розрахунку характеристик гармонійного сигналу

На величину порогу чутливості по коефіцієнту гармонік впливають не тільки похибки заокруглення у разі застосування швидкого перетворення Фур'є [1, 4], але і заокруглення, пов'язані з знаходженням тригонометричних функцій  $\sin x$ ,  $\cos x$  стандартними програмами.

Основні фактори, які впливають на коефіцієнт гармонік, прослідковуються дуже чітко. За допомогою обчислювального експерименту можна отримати залежність порогу чутливості по коефіцієнту гармонік  $\Delta k_A$  від кількості дискретних відліків  $N$  на періоді (рис. 1) за звичайної та подвійної точності розрахунку.

У разі дослідження зі звичайною точністю коефіцієнт гармонік досягає значення

$(0,4 \div 8) \cdot 10^{-4} \%$ . Перехід до подвійної точності зменшує цю величину до  $(2 \div 6) \cdot 10^{-5} \%$ . При цьому менші значення коефіцієнта гармонік досягаються за меншої кількості точок на періоді. Точне значення коефіцієнта гармонік в усіх випадках дорівнює нулю.

Значення коефіцієнта гармонік змінюється майже у двадцять разів для звичайної точності зі збільшенням кількості дискретних відліків на періоді з 8 до 512. Вплив кількості точок на значення коефіцієнта гармонік (він змінюється майже втричі) у разі подвійної точності розрахунку значно менший.

Збільшення кількості відліків  $N$  зумовлює зростання порогу чутливості. Такий характер зміни залежності є цілком закономірний і його можна пояснити.

Згідно з теоремою Котельникова [5] отримане значення коефіцієнта гармонік для «чистої» синусоїди достовірне за мінімальної кількості відліків, яка рівна числу два. Насправді формування відліків синусоїдального сигналу здійснюється шляхом квантування за рівнем. Наслідком застосування дискретного перетворення Фур'є для обробки такого сигналу є поява в його спектрі гармонійних складників вищих порядків, що і підтверджується ростом порогу чутливості зі збільшенням кількості дискретних відліків.

Отриману в процесі обчислювального експерименту залежність можна подати такою емпіричною формулою

$$\Delta k_A = 2 \frac{N}{\log_2 N} \delta^*, \quad (2)$$

де  $\delta^*$  — відносна одинична похибка заокруглення,  $\Delta k_A$  — похибка розрахунку коефіцієнта гармонік.

Досліджено також похибку, яка виникає внаслідок заокруглення під час визначення коефіцієнта гармонік для функції  $y(x) = a + b \sin x$ ; де  $b$  — амплітудне значення,  $a \geq b$ . Результати обчислень свідчать, що зі збільшенням постійного складника  $a$  погіршуються умови для розрахунку коефіцієнта гармонік. Це є наслідком зростання похибки заокруглення. Закономірності зміни похибки, що впливає на величину коефіцієнта гармонік, для різних значень  $b/a$  подано на рис. 2.

Якщо проводити розрахунок зі звичайною точністю, то відчутний вплив похибки заокруглення на значення коефіцієнта гармонік спостерігається для  $b/a > 10^{-2}$ . Тобто похибка заокруглення не вносить значних змін у величину коефіцієнта гармонік у разі розрахунку зі звичайною точністю, якщо величина гармонійного складника не перевищує 1% від значення постійного.

Якщо розрахунок проводити з подвійною точністю, то зі зміною відношення  $b/a$  в межах

від 10 – 1 до 10 – 5 значення коефіцієнта гармонік постійні.

Можна стверджувати, що ті величини коефіцієнта гармонік, які можна виявити, мають порядок 0,01 %.

Перехід до розрахунку з подвійною точністю необхідний, якщо потрібно виявити відхилення від гармонійного закону, менші за 10 – 3 %, причому, в сигналі присутні гармоніки вищих порядків, або якщо корисний сигнал менший за постійний складник хоча б на три порядки.

Отримані за допомогою числового експерименту результати можна використати для оцінки порогу чутливості під час експериментального визначення коефіцієнта гармонік суть якого полягає в дискретизації сигналу за допомогою АЦП з наступною обробкою з допомогою швидкого перетворення Фур'є. Таким чином можна моделювати граничні можливості приладу для вимірювання коефіцієнта гармонік.

## Список літератури

1. *Годлевский, В. С.* Методические погрешности дискретного преобразования Фурье и способы их компенсации / В. С. Годлевский, А. М. Денисенко // *Электронное моделирование*. — 2006. — Т. 28. № 3. — С. 83-98.
2. *Дьяконов, В. П.* Вейвлеты. От теории к практике / В. П. Дьяконов. — Москва: СОЛОН-Р, 2002. — 448 с.
3. *Заячук, И. М.* О расчете коэффициента нелинейных искажений электронных схем / И. М. Заячук, Л. А. Сеницкий // *Теоретическая электротехника*. — 1982. — Вып. 33. — С. 129—134.
4. *Рабинер, Л.* Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. — Москва: Мир, 1978. — 848 с.
5. *Чемоданов, Б. Х.* Математические основы теории автоматического регулирования / Б. Х. Чемоданов. — Москва: Высшая школа, 1971. — 808 с.

Надійшла до редакції 18.02.2011

**Заячук И.М., Благитко Б.Я., Власов А.П., Кукуйок Ю.М.** Особенности оценки спортивных измерений с помощью персонального компьютера.

Установлено основные источники погрешностей, которые возникают в процессе обработки гармонического синусоидального сигнала. Анализируются погрешности, которые вносятся программами численного расчета параметра, который характеризует степень искажения сигнала (коэффициент гармоник). Исследование погрешностей проводится для обычной и двойной точности вычислений. Путем численного расчета оценено погрешности округления, связанные с вычислением тригонометрических функций стандартными программами, погрешности расчета коэффициента гармоник гармонического сигнала с постоянной составляющей, погрешности расчета коэффициента гармоник от количества дискретных отсчетов на периоде гармонического сигнала, погрешности квантования по уровню, величина которых зависит от разрядности аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Путем моделирования определена величина порога чувствительности по коэффициенту гармоник.

**Ключевые слова:** гармонический сигнал, коэффициент гармоник, погрешность округления, дискретное преобразование Фурье, аналого-цифровой преобразователь.

**Zayachuk I.M., Blahitko B.Ya., Vlasov A.P., Kukuyuk Yu.M.** Peculiarities of the estimation of sport measurements when using a PC.

Main sources of errors that appear during processing of harmonic sinusoidal signal have been identified. Errors caused by the numerical calculation of the parameter describing the level of signal distortion (total harmonic distortion) have been analyzed. Error analysis has been conducted for both usual and double computational precision. Computational experiment allowed to estimate some errors, namely rounding errors, caused by methods of computation of trigonometric functions; errors of total harmonic distortion computation under the influence of constant component; errors of total harmonic distortion computation dependent on the number of discrete readings during the period; and amplitude quantization errors, the value of which depends on the DAC (digital-analog converter) capacity. The value of sensitivity threshold by the total harmonic distortion has been determined using modeling methods.

**Keywords:** harmonic signal, total harmonic distortion, rounding error, discrete Fourier transform, digital-analog converter.