

# МОДЕЛЮВАННЯ В ОБЛАСТІ МЕХАНІКИ ЛЮДИНИ

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАНІПУЛЯТОРА РУКИ ЛЮДИНИ

**Благітко Богдан<sup>1</sup>, Дзюбачик Микола<sup>2,3</sup>, Заячук Ігор<sup>2</sup>, Трач Володимир<sup>3</sup>,  
Лопатьєв Анатолій<sup>2,3</sup>**

Львівський національний університет ім. Івана Франка<sup>1</sup>

Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки  
і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України<sup>2</sup>

Львівський державний університет фізичної культури<sup>3</sup>

**Анотація.** У роботі запропоновано методику для вивчення функціонування руки людини як мехатронної системи. Модель системи включає електричну, механічну підсистеми та підсистему взаємозв'язку між ними. Алгоритм, що описує поведінку руки людини, розширений на більш загальний випадок. Проведено тестування з маніпулятором руки робота для підтвердження ефективності методу.

**Ключові слова:** мехатронні системи, діагностика, електромеханічна система, маніпулятор руки людини.

**Вступ.** Процес механічних рухів руки людини можна описати математичною моделлю мехатронної системи. Нехай мехатронна система складається з електричної, механічної підсистем, підсистеми зв'язку і є технічним комплексом із наперед заданими функціональними можливостями. Модифіковані вузлові рівняння, які описують динамічні процеси в електричній частині системи, можна записати у вигляді [4]:

$$C(P_e) \dot{V}(t, P_e) + G(P_e) V(t, P_e) + N(P_e, V) = I(t) \quad (1)$$

Тут  $V$  — вектор вузлових потенціалів,  $G$ ,  $C$  — матриці активних і реактивних опорів,  $I$  — вектор збудження,  $N$  — вектор, який містить складові нелінійної частини,  $P_e$  — вектор діагностованих параметрів електричної системи, крапкою позначено операцію диференціювання за часом.

Для опису механічної підсистеми використаємо рівняння стану

$$J \ddot{z}(t, P_m) + A(P_m) \dot{z}(t, P_m) + B(P_m, z) = r(t) \quad (2)$$

де  $J$  — матриця моментів інерції рухомих елементів системи;  $A$  — матриця демпфуючих коефіцієнтів;  $B$  — вектор нелінійних функцій, який включає силу тяжіння та тертя;  $z$  — вектор змінних стану таких, як положення, швидкість;  $r(t)$  — вектор керуючих зусиль, прикладених до рухомих складових системи,  $P_m$  — вектор діагностованих параметрів механічної підсистеми.

Нехай зв'язок між електричною та механічною підсистемами має лінійний характер.

У статті пропонується методика діагностики мехатронних систем, які в літературі отримали назву мікроелектронні механічні системи (MEMS).

Важливість діагностики таких систем постійно зростає [1].

Діагностика мехатронних систем має декілька напрямків:

- розвиток моделей мехатронних систем і їх комп'ютерне моделювання;
- вимірювання «номінальних» модулів під час діагностики мехатронних систем, розвиток методу виділення параметрів, які базуються на вимірюваннях і комп'ютерному моделюванні;
- виявлення помилок реальних систем із використанням комп'ютерного моделювання та вимірювання характеристик реальних систем.

Розглядається випадок м'яких несправностей в аналогових нелінійних мехатронних системах. Діагностика таких систем проводиться на основі алгоритму, запропонованого для електричних схем [2], у сукупності з блоком фільтрації вимірюваних даних. Для ілюстрації ефективності застосування запропонованого підходу досліджується мехатронна система, яка складається з двигуна постійного струму з електронним управлінням і механічного маніпулятора.

**Математична модель процесу діагностування мехатронної системи.** Доступ до системи можна отримати тільки у визначених місцях, зокрема, в електричних колах у вузлах з'єднання елементів. Вузли електричної підсистеми поділяються на три групи: *доступні* — на які можна подавати сигнал збудження та вимірювати відповідь; *частково доступні* — на яких можна контролювати лише відповідь; *недоступні* — до яких неможливо подавати сигнал збудження та здійснювати в них заміри.

За таким же принципом поділяємо точки механічної частини. На доступні елементи у вузли їх з'єднання подаємо збудження у вигляді прикладеної сили та вимірюємо реакцію на ці величини. Частково доступні є вузли, в яких вихідні величини, наприклад, положення, швидкість, прискорення, можуть бути виміряні. Решта вузлів є недоступні. Кількість тестів і вимірювань, які отримані для кожного з вузлів, повинна бути більша, ніж кількість ідентифікованих параметрів.

Для визначення реакції досліджуваної системи на прикладені збудження до її вузлів доцільно використати метод інтегральної чутливості, який ефективно застосовується для електричних кіл. Відомо, що диференційна чутливість вразлива до помилок моделі та шуму вхідних даних, що погіршує точність і стабільність процедури тестування. Інтегральна чутливість має тенденцію до зменшення шуму нуля та цей ефект підсилюється, коли не вдало вибрані часові інтервали. Напівнормалізованою інтегральною чутливістю  $W_{ji}$  системи щодо діагностованого параметра  $P_i$  на часовому інтервалі  $[t_a, t_b]$  є величина [2]:

$$W_{ji}[t_a, t_b] = \int_{t_a}^{t_b} S_{ji}(t) P_i dt, \quad (3)$$

де  $S_{ji}(t)$  — значення чутливості щодо діагностованого параметра  $P_i$ .

Від вибору інтервалу залежить інтенсивність впливу шуму [2]. Також доцільно використовувати інтегровані величини для невідомих, тобто:

$$U_j[t_a, t_b] = \int_{t_a}^{t_b} V_j(t) dt. \quad (4)$$

Методику для діагностування систем, що описуються рівнянням (2) можна узагальнити на мехатронні системи. Також потрібно враховувати те, що для підсистем мехатронних систем з різними константами часу існує ряд проблем, пов'язаних зі стійкістю. Крім того ітераційні алгоритми з постійним кроком і заданою точністю обчислень, які використовуються в процесі розрахунку мехатронних систем сповільнюють процес розв'язування задачі.

Пропонуємо динамічний розклад рівнянь мехатронної системи. Під динамічним розкладом розуміємо незалежний аналіз часового інтервалу кожної із підсистем заданої системи. Важливо, що кожна компонента динамічного розкладу опрацьовується для всього часового інтервалу індивідуально у незмінній послідовності.

Слід зазначити, що процес вимірювання дискретних сигналів потребує проведення додаткових математичних операцій. Це зумовлено необхідністю отримати величину сигналу в моменти часу, які

попадають усередину інтервалу вимірювання. Для вирішення проблеми необхідно провести інтерполяцію. Можна обрати найпростішу кусково-лінійну, якої цілком достатньо для систем, що не вимагають високої точності розрахунку.

Такий підхід дає можливість довільним чином вибрати часові кроки залежно від підсистеми тесту. Наприклад, для повільної підсистеми доцільно вибрати більший крок незалежно від вибору кроку для швидкозмінних підсистем, що зумовлює потребу у синхронізації підсистем в процесі розрахунку. Для синхронізації мехатронної системи необхідно узгодити час з'єднання електричної та механічної підсистеми із дискретизацією часу тестування обладнання.

Для розв'язування рівнянь діагностики доцільно використати методику [3], побудовану на базі функціоналу Тихонова  $M[\delta P(\alpha)]$ , тут  $\alpha \geq 0$  — коефіцієнт регуляризації,  $\delta P$  — вектор відносних відхилень параметрів вектора  $P$ .

Розв'язування діагностичного рівняння здійснюємо шляхом мінімізації функціоналу, тобто:

$$\min_{\delta P} M[\delta P(\alpha)]. \quad (5)$$

Для досягнення необхідної точності під час розв'язування рівняння (5) за вхідні дані для обчислення значень у першому наближенні можна вибрати номінальний набір параметрів, що характеризує несправність у моделі вільної системи.

На забезпечення стабільності та задовільної норми конвергенції процедури розв'язування рівнянь діагностики позитивно впливає те, що вони формуються з використанням значень початкових точок перехідного процесу, наприклад, запуску двигуна.

Описаний алгоритм стосується лінійних систем, але з використанням підходу, запропонованого у дослідженні [2], цей алгоритм можна розширити на нелінійні системи.

**Тестовий приклад.** Проведемо дослідження з застосуванням розробленої моделі одноосового маніпулятора руки робота, який керується двигуном постійного струму. Функціональна схема системи зображена на рис. 1.

Проаналізуємо функціонування електричної та механічної частини з реальними значеннями параметрів.



Рис. 1. Схема одноосового маніпулятора

Для електричної частини системи користаємося двигуном постійного струму DC з номінальною напругою збудження  $V = 50\text{В}$  та номінальним струмом  $J = 5\text{А}$ , швидкістю обертання ротора  $\omega = 75\text{ рад/сек}$ , моментом інерції ротора  $J_e = 5,0 \cdot 10^{-4}\text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , опором та індукцією ротора  $R = 0,465\text{ Ом}$  і  $L = 15,4\text{ мГн}$ .

Сила тертя  $D_m$  та рух ротора обмежено пружиною з постійним  $K_s$ . Двигун розвиває постійний обертальний момент  $F_s = K_s \phi$ , електричний обертальний момент  $F_e = K_e i$  та напруження в котушці  $K_m \omega$ . Два керовані джерела з'єднують електричну та механічну частини.

Матриці з'єднання можна подати у вигляді:

$$[L_1, L_2] = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & J_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[K_1, K_2] = \begin{bmatrix} r_0 + R & K_m & 0 \\ -K_e & D_m & K_s \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \\ \omega \\ \phi \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}(t) = [V_{out}, T_m, 0].$$

Коефіцієнти  $K_e, K_m$ , що з'єднують електричні та механічні частини, вважаємо постійними. Вектор  $\mathbf{P}_{em} = [R, L, D_m, J_m]$  містить діагностовані параметри двигуна.

Для механічної частини (одноосевий маніпулятор) за змінні стану вибрано  $\vartheta, \psi$  — кутову швидкість і кут обертання. Матриці та вектори рівняння (2) мають вигляд:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} D_a & K_a \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \vartheta \\ \psi \end{bmatrix}, \mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} k_p T_m \\ 0 \end{bmatrix}, V,$$

де  $J_a, D_a, K_a$  — момент інерції, демпфуюче тертя та пружна константа маніпуляційного модуля;  $k_p$  — коефіцієнт передачі (постійний). Діагностовані параметри маніпулятора  $\mathbf{P}_m = [J_a, D_a, K_a]$ .

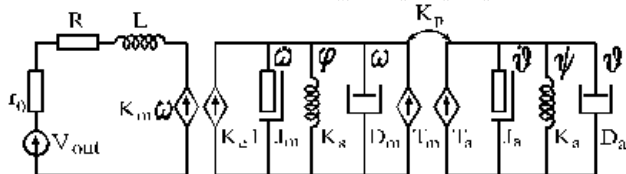


Рис. 4. Еквівалентна модель кола двигуна DC і маніпуляційного модуля

У результаті діагностування отримано вектори параметрів  $\mathbf{P}^f, \mathbf{P}^d$  пошкоджених і діагностованих елементів. Як показано в третьому стовпці таблиці, значення параметрів пошкоджених елементів, які є складниками вектора  $\mathbf{P}^f$  відрізняються на 5—30 % від номінальних значень, які відображені у векторі  $\mathbf{P}^n$ . Процедура діагностування, яка починалася

Таблиця

|       | $\mathbf{P}^n$ | $\mathbf{P}^f$ | $\left  \frac{\mathbf{P}^f - \mathbf{P}^n}{\mathbf{P}^n} \right $ | $\mathbf{P}^d$ | $\left  \frac{\mathbf{P}^f - \mathbf{P}^d}{\mathbf{P}^f} \right $ |
|-------|----------------|----------------|-------------------------------------------------------------------|----------------|-------------------------------------------------------------------|
| $R$   | 4,65E - 1      | 5.34e-1        | 15%                                                               | 5.54e-1        | 3.6%                                                              |
| $L$   | 1,54E - 2      | 1.54e-2        | 0%                                                                | 1.54e-2        | 0%                                                                |
| $J_m$ | 5,00E - 4      | 3.60e-4        | 28%                                                               | 3.75e-4        | 4.2%                                                              |
| $D_m$ | 4,93E - 5      | 5.27e-5        | 7%                                                                | 5.11e-5        | 3.1%                                                              |
| $K_s$ | 3,34E + 0      | 3.34e+0        | 0%                                                                | 3.34e+0        | 0%                                                                |
| $J_a$ | 2,60E - 5      | 2.86e-5        | 10%                                                               | 2.99e-5        | 4.5%                                                              |
| $D_a$ | 5,50E - 4      | 5.50e-4        | 0%                                                                | 5.50e-4        | 0%                                                                |
| $K_a$ | 6,21E + 0      | 5.46e+0        | 12%                                                               | 5.59e+0        | 2.4%                                                              |

з номінальних значень, була завершена після виконання 43 ітерацій. Якість ідентифікації (п'ятий стовпець) вища, ніж 5 %.

**Висновки.** У статті запропоновано методику для вивчення функціонування руки людини як мехатронної системи. Вказано на відмінність діагностування електронних кіл і мехатронних систем. Проблема різних шумових рівнів розв'язана з допомогою інтегральної чутливості. М'які відхилення були зафіксовані в моделі одноланкової системи (маніпуляційного модуля) із задовільною точністю.

## Список літератури

1. R. Rosing, A. Richardson, A. Dorey & A. Peyton. Test Support Strategies for MEMS. IEEE Int. Mixed Signal Test Workshop, Whistler, Canada, June 1999.
2. V. Brygilewicz, J. Wojciechowski. Time-domain fault diagnosis of analogue circuits in the presence of noise // IEE Proc. Circuit Devices and Systems, Vol. 145, 1998, pp.125-131.
3. G. Hachtel, A. Sangiovanni-Vincentelli. A survey of Third-Generation Simulation Technique // Proc. Of IEEE Vol.69, No10, 1981, pp. 1264-1280.
4. A. Tikhonov, V. Arsenin. Methods for solving incorrect tasks. Nauka, Moscow 1979.

Надійшла до редакції 29.05.2008

Благітко Б., Дзюбачик Н., Заячук И., Трач В., Лопатев А. Математическая модель манипулятора руки человека.

В работе предложена методика для изучения функционирования руки человека как мехатронной системы. Модель системы включает электрическую, механическую подсистемы и подсистему взаимосвязи между ними. Алгоритм, который описывает поведение руки человека, расширен на более общий случай. Проведено тестирование с манипулятором руки робота для подтверждения эффективности метода.

**Ключевые слова:** мехатронные системы, диагностика, электромеханическая система, манипулятор руки человека.

Blagitko B., Dzyubachik N., Zayachuk And., Trach In., the Lopatev A. Matematicheskaya model of manipulator of hand of man.

The paper proposes a unified methodology for learning the function of man's arm as the mechatronic systems. System models including electronic, mechanical and coupling subparts are developed. A diagnosis algorithm introduced for electronic circuits, is extended to mechatronic systems. Tests with robot arm (manipulation module) to confirm the effectiveness of the method.

**Keywords:** systems, diagnostics, electromechanical system, the manipulator of man's arm.

---

---

*Нова книжка*



Є91 **Єфіменко П.Б.**  
Техніка та методика класичного масажу. — Харків: «ОВС», 2007. — 216 с.  
ISBN 966-7858-49-9.

Навчальний посібник вміщує докладний опис техніки виконання основних та додаткових масажних прийомів. Детально описано методику масажу окремих частин тіла людини з точки зору процедури загального гігієнічного масажу. Значна увага приділяється спрямованості механічної дії окремих прийомів, що сприятиме більш чіткому диференціюванню структури часткового масажу з урахуванням анатомічної побудови масажованої ділянки тіла. Автором зроблено спробу уніфікувати термінологію щодо назв окремих масажних прийомів.

Розділи зі спортивного та лікувального масажу вміщують необхідний методичний матеріал для роботи як у спортивній команді, так і лікувальних установах.

Навчальний посібник розрахований на студентів та викладачів вищих навчальних закладів де викладається масаж, а також для тренерів, реабілітологів і масажистів різного профілю.